Les formules

Inégalité de Hölder

$$f \in L^p, \quad g \in L^{p'} \Rightarrow fg \in L^1$$

Inégalité de Young Soient $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1 + \frac{1}{r}$ alors

$$f \in L^p, \quad g \in L^q \Rightarrow f \star g \in L^r$$

et

$$\| f \star g \|_r \leq \| f \|_p \| g \|_q$$

Changement de variables en coordonnée polaire

$$\int_{B_n(0,1)} f(x)\mathrm{d}x = \int_{R=0}^{1} \int_{\theta \in S^{n-1}} f(r,\theta) r^{n-1} \mathrm{d}r\mathrm{d}\theta :$$

Les operations

Operations	$\varphi \in \mathcal{D} = \mathcal{C}_c^\infty$, $\gamma \in \mathcal{D}'$	Exemple
Réflexion	$< \tilde{\gamma}, \varphi >=< \gamma, \varphi(-\cdot) >$	
Conjugaison	$< \bar{\gamma}, \varphi >= \overline{< \gamma, \bar{\varphi} >}$	
Multiplication	$< f\gamma, \varphi >=< \gamma, f\varphi >$	
Differentiation	$\forall i \quad < \partial_i \gamma, \varphi >=< \gamma, -\partial_i \varphi >$	$\mathbb{1}'_{\mathbb{R}^+} = \delta_0$
	$\forall \vec{\alpha} \quad < \partial_{\vec{\alpha}} \gamma, \varphi >= (-1)^{\lvert\alpha\rvert} < \gamma, \partial_{\vec{\alpha}} \varphi >$	
Convolution	$\gamma \star \varphi(x) =< \gamma, \varphi(x - \cdot) >$	$\delta_0 \star \varphi = \varphi$
	$\partial^\alpha(\gamma \star \varphi) = \partial^\alpha \gamma \star \varphi = \gamma \star \partial^\alpha \varphi$	
	$< \gamma \star \psi, \varphi >=< \gamma, \tilde{\psi} \star \varphi >$	

Fourier

Pour $f, g \in L^1$, $\mathcal{F}(f \star g) = \mathcal{F}(f)\mathcal{F}(g)$
Première inversion de Fourier : Si $f \in L^1$ et $\mathcal{F}f \in L^1$ alors $f = (2\pi)^{-d} \tilde{\mathcal{F}}(\mathcal{F}f)$
Pour $u \in \mathcal{S}'$, $\mathcal{F}^{-1}u = (2\pi)^{-d} \widetilde{\mathcal{F}u}$
Pour $u \in \mathcal{S}'$, $\mathcal{F}(\partial^\alpha u) = i^{\lvert\alpha\rvert} \xi^\alpha \mathcal{F}(u)$
Pour $u \in \mathcal{S}'$, $\mathcal{F}(x^\alpha u) = i^{\lvert\alpha\rvert} \partial_{\xi^\alpha}^{\lvert\alpha\rvert} \mathcal{F}(u)$

Gaussienne

Définition : $G_a(x) = \exp(-\frac{a|x|^2}{2})$

1. $\mathcal{F}G_a(\xi) = (\frac{2\pi}{a})^{\frac{d}{2}} \exp(-\frac{|\xi|^2}{2a})$